

СПРАВОЧНИК

ПО МАТЕМАТИКЕ

«КУРС НА ГВЭ - 2021»

Г – ГОСУДАРСТВЕННЫЙ

В – ВЫПУСКНОЙ

Э - ЭКЗАМЕН

Конспект № 1

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 - это *цифры*, по-другому *числа*

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 - это *однозначные* числа

Многочисленные числа:

10, 11, 12, 13, 14, 15... - это *двузначные* числа

101, 111, 386, 555... - это *трехзначные* числа

1346, 5787, 9999... - это *четырёхзначные* числа

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15... - это *натуральные* числа

-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4... - это *целые* числа

+ - · :
СУММА РАЗНОСТЬ ПРОИЗВЕДЕНИЕ ЧАСТНОЕ

> знак меньше, < знак больше, = знак равно

ОКРУГЛЕНИЕ: 0, 1, 2, 3, 4 - *ничего*

5, 6, 7, 8, 9 - **+1**

Например,

$$4,\underline{2}3 = 4,23$$

$$4,\underline{2}5 = 4,3$$

$$4,\underline{2}6 = 4,3$$

980 + (980 + 50) – это *числовое выражение*

$$980 + (980 + 50) = 2010$$

2010 – это *значение* числового выражения

980 + (980 + m) - это *буквенное выражение* (есть буква)

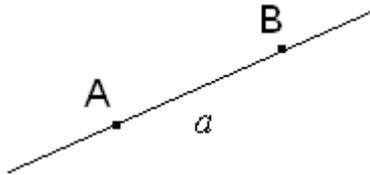
Конспект № 2
Прямая, отрезок, луч

• A

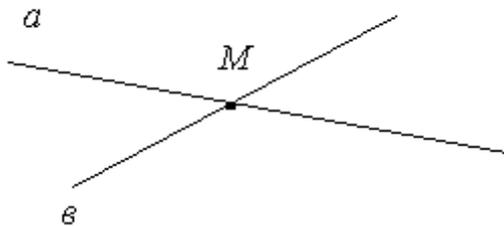
• B

точка A, точка B, точка C

• C



прямая AB или *a*

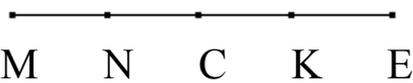


прямая *a* пересекает прямую *b* в точке M



отрезок BC

B – конец отрезка, C – конец отрезка



M N C K E

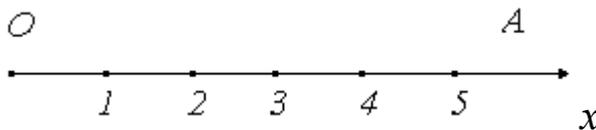
—• **единичный отрезок**

MN, NC, CK, KE – это единичные отрезки



луч OA

O – начало луча



-это координатный луч

УМНОЖЕНИЕ

$$a \cdot b = c$$

1 множитель 2 множитель произведение

$$1 \text{ множитель} \cdot 2 \text{ множитель} = \text{произведение}$$

Свойства умножения.

1. Переместительное. $a \cdot b = b \cdot a$

От перестановки множителей, произведение не меняется.

2. Сочетательное. $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$

Чтобы число a умножить на произведение чисел b и c , можно произведение чисел a и b умножить на число c .

3. Распределительное. $(a + b) \cdot c = ac + bc$, $(a - b) \cdot c = ac - bc$

Чтобы сумму умножить на число, можно каждое слагаемое умножить на это число и полученные результаты сложить.

3. Свойство единицы. $1 \cdot a = a \cdot 1 = a$

Если число умножить на 1, то получится то же число.

4. Свойство нуля. $a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$

Если число умножить на 0, то получится 0.

ДЕЛЕНИЕ

$$a : b = c$$

делимое делитель частное

$$\text{делимое} : \text{делитель} = \text{частное}$$

Свойства деления.

1. Свойство единицы. $a : 1 = a$; $a : a = 1$

Если число разделить на 1, то получится то же число.

Если число разделить само на себя, то получится 1.

2. Свойство нуля. $0 \cdot a = 0$

Если 0 разделить на число, то получится 0: $0 : a = 0$

$a : 0 = \text{нельзя}$

ДЕЛИТЬ НА 0 **НЕЛЬЗЯ !!!**

4. Умножение натуральных чисел

$a \cdot b$

Умножить число a на число b - значит найти сумму b слагаемых, каждое из которых равно a .

Пример: $23 \cdot 5 = 23 + 23 + 23 + 23 + 23 = 115$.

$$\begin{array}{r} \textcircled{1} \quad \times 8067 \\ \quad \quad 306 \\ + \quad 48402 \\ \hline 24201 \\ \hline 2468502 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \textcircled{2} \quad \times 5120 \\ \quad \quad 200600 \\ + \quad 30720 \\ \hline 1024 \\ \hline 1027072000 \end{array}$$

Алгоритм умножения в столбик:

1. Подписать числа друг под другом, не обращая внимания на нули в конце чисел.
2. Умножить поразрядно (кроме нулей в конце числа), подписывая результат строго под той цифрой числа, которую умножаем.
3. Сложить "неполные" произведения поразрядно, приписав все нули множителей к результату.

5. Деление натуральных чисел (Действие, обратное умножению)

$a : b = x, x \cdot b = a$.

Разделить число a на число b - значит найти такое число x , при умножении которого на число b получается a .

$$\begin{array}{r} 1. \quad \overline{7015} \overline{)23} \\ \quad \underline{69} \downarrow \downarrow \quad \cdot 305 \\ \quad \quad \underline{115} \\ \quad \quad \quad \underline{115} \\ \quad \quad \quad \quad 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2. \quad \overline{47040} \overline{)114} \\ \quad \underline{42} \downarrow \downarrow \quad \cdot 3360 \\ \quad \quad \underline{50} \\ \quad \quad \quad \underline{42} \downarrow \\ \quad \quad \quad \quad \underline{84} \\ \quad \quad \quad \quad \quad \underline{84} \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad 0 \end{array}$$

Алгоритм деления в столбик:

1. Определить число цифр в частном.
2. Подобрать первую цифру в частном и умножить ее на делитель, подписав результат под цифрами старших разрядов в делимом.
3. Найти остаток. "Снести" следующую цифру делимого. Если полученное число меньше делителя, то в частном поставить 0 и "снести" следующую цифру делимого. Деление продолжить до получения в остатке 0.

Конспект № 4 УРАВНЕНИЯ

Уравнение – это равенство, содержащее неизвестное число (переменную).

Корень уравнения – это значение переменной, при котором уравнение обращается в верное равенство. _

Решить уравнение – значит найти все его корни или доказать, что корней нет. _____

1) Чтобы найти неизвестное слагаемое, надо из суммы вычесть (*от суммы отнять*) известное слагаемое.

$$348 + x = 590$$

$$x = 590 - 348$$

$$x = 242$$

x – говорим ИКС

Ответ: x = 242

2) Чтобы найти неизвестное уменьшаемое, надо к разности прибавить вычитаемое.

$$x - 24 = 38$$

$$x = 38 + 24$$

$$x = 62$$

Ответ: x = 62

3) Чтобы найти неизвестное вычитаемое, надо из уменьшаемого вычесть разность.

$$124 - x = 32$$

$$x = 124 - 32$$

$$x = 92$$

Ответ: x = 92

4) Чтобы найти неизвестный множитель, надо произведение разделить на известный множитель.

$$35 \cdot x = 105$$

$$x = 105 : 35$$

$$x = 3$$

Ответ: x = 3

5) Чтобы найти неизвестное делимое, надо частное умножить на делитель.

$$x : 15 = 8$$

$$x = 8 \cdot 15$$

$$x = 120$$

Ответ: x = 120

4) Чтобы найти неизвестный делитель, надо делимое разделить на частное.

$$325 : x = 13$$

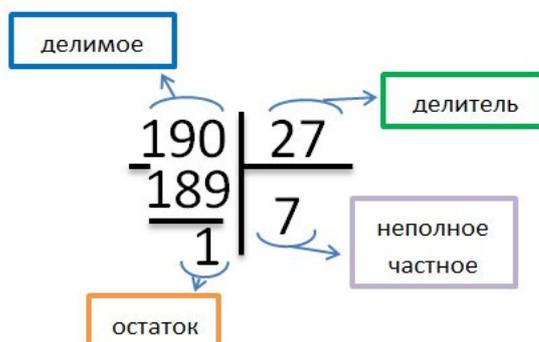
$$x = 325 : 13$$

$$x = 25$$

Ответ: $x = 25$

Конспект № 5

Деление с остатком



Примеры:

$$\begin{array}{r} \widehat{359} \mid 6 \\ - 30 \\ \hline 59 \\ - 54 \\ \hline 5 \text{ - ост.} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \widehat{423} \mid 8 \\ - 40 \\ \hline 23 \\ - 16 \\ \hline 7 \text{ - ост.} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \widehat{856} \mid 3 \\ - 6 \\ \hline 25 \\ - 24 \\ \hline 16 \\ - 15 \\ \hline 1 \text{ - ост.} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \widehat{995} \mid 4 \\ - 8 \\ \hline 19 \\ - 16 \\ \hline 35 \\ - 32 \\ \hline 3 \text{ - ост.} \end{array}$$

Конспект № 6

Упрощение выражений

$$3\underline{a} + 7\underline{a} = (3 + 7) \cdot a = 10a$$

$$26\underline{x} - 12\underline{x} = (26 - 12) \cdot x = 14x$$

$$69 \cdot \underline{27} + 31 \cdot \underline{27} = (69 + 31) \cdot 27 = 100 \cdot 27 = 2700$$

Конспект № 7

Порядок выполнения действий

Порядок действий в выражениях без скобок

1 $10 + 15 - 6 - 8$ или $15 : 5 \cdot 4 : 6$

Действия 1 степени Действия 2 степени

$+$; $-$ или $*$; $:$

выполняют по порядку
слева направо

$$1 \quad 2 \quad 3 \\ a - b + c - d =$$

$$1 \quad 2 \quad 3 \\ a : b \cdot c \cdot d =$$

$$4 \quad 2 \quad 1 \quad 3 \\ a - b : (c + d) \cdot e =$$

Алгоритм

порядка действий в выражениях без скобок

Внимательно рассмотри выражение

$$5 \cdot 6 - 12 : 4 + 13 \cdot 3$$

Обозначь порядок действий на умножение и деление

$$1 \quad 2 \quad 3 \\ 5 \cdot 6 - 12 : 4 + 13 \cdot 3$$

Выполни эти действия, а значения выражений обведи

$$1) 5 \cdot 6 = 30 \quad 2) 12 : 4 = 3 \quad 3) 13 \cdot 3 = 39$$

Обозначь действия сложения и вычитания слева направо

$$1 \quad 4 \quad 2 \quad 5 \quad 3 \\ 5 \cdot 6 - 12 : 4 + 13 \cdot 3$$

Запомни !!!

Вычитай или складывай
от значений выражений умножения или деления:

$$4) 30 - 3 = 27 \quad 5) 27 + 39 = 66$$

Конспект № 8
Степень числа

2^5 2 – это основание 5 – это степень

$17 \cdot 17 = 17^2 = 289$ $17^2 = 17 \cdot 17$ $n^2 = n \cdot n$ - это квадрат числа

$3 \cdot 3 \cdot 3 = 3^3 = 27$ $3^3 = 3 \cdot 3 \cdot 3$ $n^3 = n \cdot n \cdot n$ - это куб числа

$7^1 = 7,$ $16^1 = 16,$ $1^1 = 1$

Конспект № 9
Формулы

S – это путь, расстояние

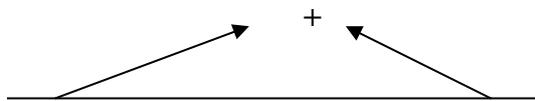
v - это скорость

t – это время

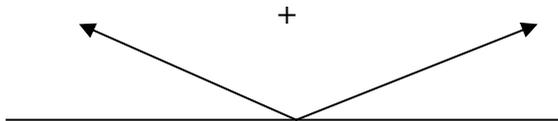
S = v · t - это формула расстояния (м)

v = S : t - это формула скорости (м/с)

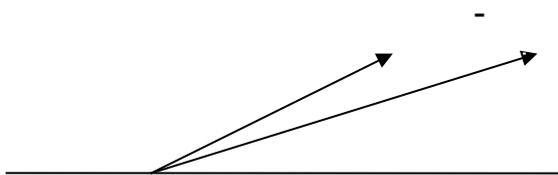
t = S : v - это формула времени (с)



v - сближения, $v = v_1 + v_2$



v - удаления



v – удаления, $v = v_1 - v_2$
 $+ v_2$

$$x + b = c$$

$$x = c - b$$

$$a + x = c$$

$$x = c - a$$

$$x - b = c$$

$$x = b + c$$

$$a - x = c$$

$$x = a - c$$

$$x \cdot b = c$$

$$x = c : b$$

$$a \cdot x = c$$

$$x = c : a$$

$$x : b = c$$

$$x = b \cdot c$$

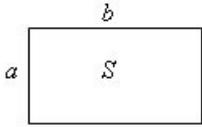
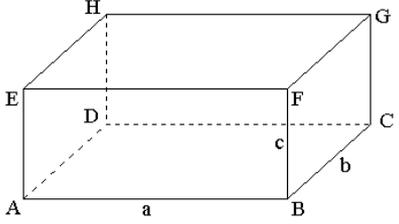
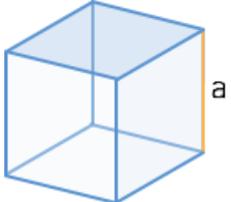
$$a : x = c$$

$$x = a : c$$

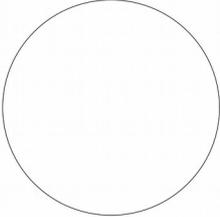
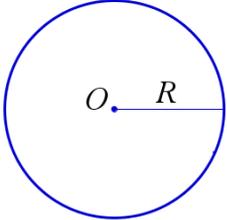
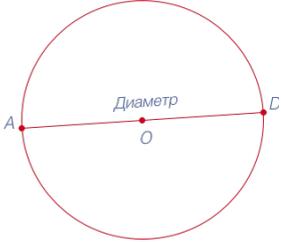
Конспект № 10

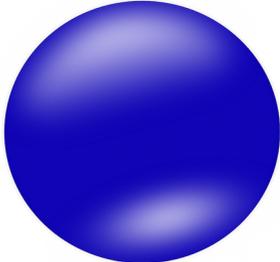
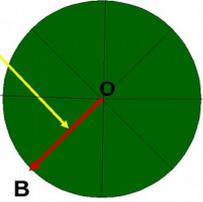
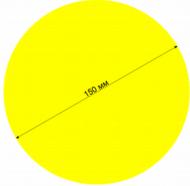
Площадь. Периметр. Объем.

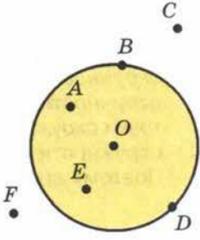
Единицы длины	Единицы площади	Единицы объема
1 см = 10 мм 1 дм = 10 см 1 м = 10 дм	1 см ² = 100 мм ² 1 дм ² = 100 см ² 1 м ² = 100 дм ² 1 а = 100 м ² 1 га = 100 а 1 га = 10 000 м ² 1 км ² = 100 га	1 см ³ = 1000 мм ³ 1 дм ³ = 1000 см ³ 1 м ³ = 1000 дм ³ 1 км ³ = 1 000 000 000 м ³ 1 л = 1 дм ³ 1 л = 1 000 см ³
см – сантиметр дм – дециметр м – метр	мм² – миллиметр в квадрате см² – сантиметр в квадрате дм² – дециметр в квадрате м² – метр в квадрате км² – километр в квадрате а – ар га – гектар	см³ – сантиметр в кубе дм³ – дециметр в кубе м³ – метр в кубе км³ – километр в кубе л – литр

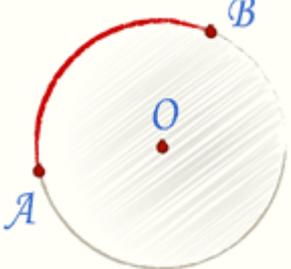
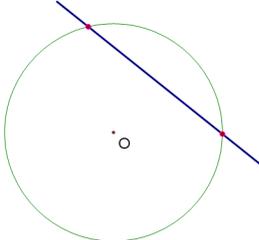
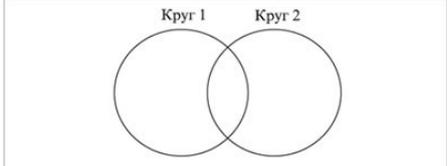
<p>Прямоугольник</p> 	<p>S = a · b – площадь прямоугольника a – длина b – ширина P = 2 · (a + b) – периметр прямоугольника</p>
<p>Квадрат</p> 	<p>S = a · a – площадь квадрата S = a² – площадь квадрата a – сторона квадрата P = 4 · a – периметр квадрата</p>
<p>Прямоугольный параллелепипед</p> 	<p>S = 2 · (ab + bc + ac) – площадь параллелепипеда a – длина b – ширина c – высота V = a · b · c – объем параллелепипеда</p>
<p>Куб</p> 	<p>V = a³ – объем куба</p>

Конспект № 11 Окружность. Круг.

<p>Окружность</p> 	<p>Радиус окружности R</p>  <p>$R = D : 2$ O – центр окружности</p>	<p>Диаметр окружности D</p>  <p>$D = 2 \cdot R$ AD – диаметр окружности</p>
--	--	--

<p>Круг</p> 	<p>РАДИУС КРУГА</p> 	<p>Диаметр круга D</p> 
---	--	---

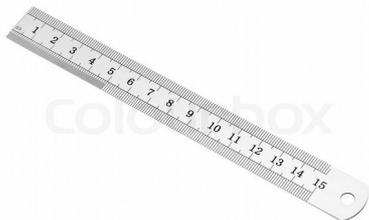
 <p>Рис. 97</p>	<p>Точки B, D – лежат на окружности</p> <p>Точки A, O, E – лежат внутри круга</p>	<p>Точки A, O, E, C, F – не лежат на окружности</p> <p>Точки C, F – лежат вне круга</p>
--	---	---

<p>∩ AB – дуга окружности ∩ BA – дуга окружности</p> 	<p>Прямая пересекает окружность</p> 	<p>Окружность 1 пересекает окружность 2</p> 
--	---	---

Конспект № 12

ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ПРИБОРЫ

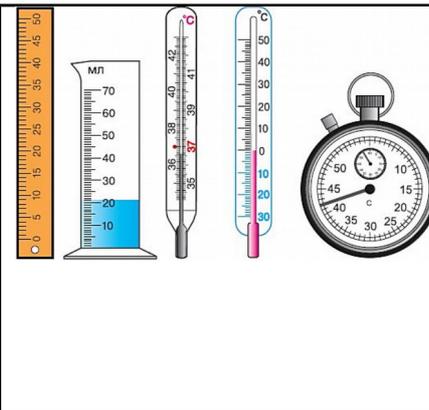
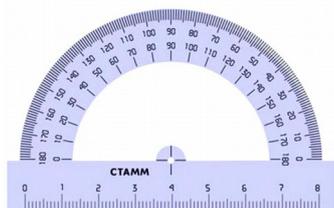
Линейка – для измерения длины



Измерительная лента (метр) – для измерения длины



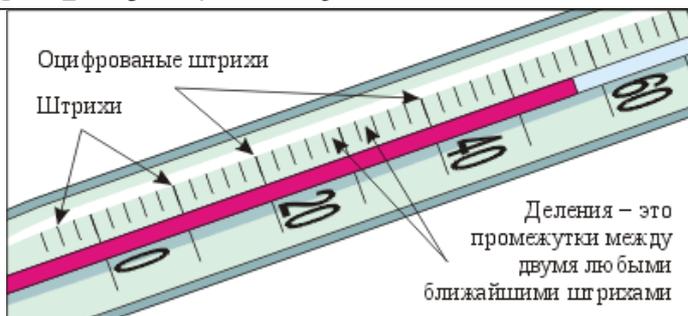
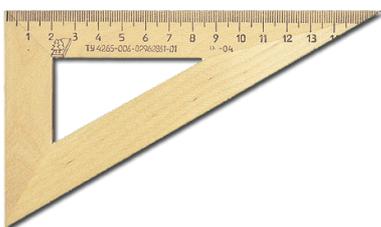
Транспортир – для измерения углов



1 – **линейка**
 2 – **измерительный цилиндр** (для измерения объема жидкости)
 3 – **градусник** (для измерения температуры тела человека)
 4 – **термометр** (для измерения температуры воздуха)
 5 – **секундомер** (для измерения времени)

1 2 3 4 5

Треугольник



Деления – это промежутки между двумя любыми ближайшими штрихами

Конспект № 13

ДРОБИ

Обыкновенные дроби.

Дробь $(\frac{a}{b})$ – одна или несколько равных долей целого.

a – числитель, b – знаменатель.

Знаменатель дроби показывает **на сколько равных частей разделено** целое.

Числитель дроби показывает **сколько таких частей взято**.

$\frac{1}{2}$ – (одна вторая) половина, $\frac{1}{3}$ – (одна третья) треть, $\frac{1}{4}$ – (одна четвертая) четверть

Деление и дроби: $a : b = \frac{a}{b}, 3 : 4 = \frac{3}{4}$

Правильная дробь – дробь, у которой числитель меньше знаменателя.

$$\frac{3}{4} < 1$$

Неправильная дробь – дробь, у которой числитель больше или равен знаменателю.

$$\frac{4}{4} = 1, \quad \frac{5}{4} > 1$$

Смешанное число: $1\frac{2}{3} = 1 + \frac{2}{3}$; (1 – целая часть, $\frac{2}{3}$ – дробная часть)

$1\frac{2}{3}$ – говорим **ОДНА ЦЕЛАЯ ДВЕ ТРЕТЬИХ**

Чтобы из **неправильной дроби выделить целую часть**, надо числитель разделить на знаменатель. Частное записать целой частью, остаток – числителем дробной части, знаменатель оставить прежним.

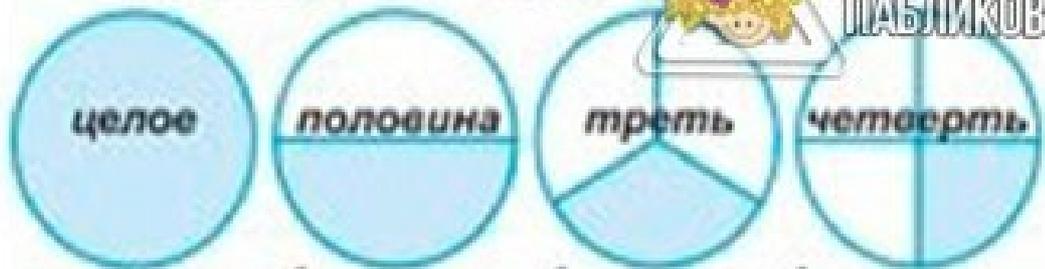
$\frac{27}{4} = 27 : 4 = 6\frac{3}{4}$ говорим **ШЕСТЬ ЦЕЛЫХ ТРИ ЧЕТВЕРТЫХ**

Чтобы **смешанное число записать в виде неправильной дроби**, надо целую часть умножить на знаменатель дробной части и прибавить числитель. Полученное число записать в числитель неправильной дроби, знаменатель оставить прежним.

$6\frac{3}{4} = \frac{6 \cdot 4 + 3}{4} = \frac{27}{4}$ говорим **ДВАДЦАТЬ СЕМЬ ЧЕТВЕРТЫХ**

ОБЫКНОВЕННЫЕ ДРОБИ

СЕТЬ ДЕТСКИХ ПАБЛИКОВ



1

$\frac{1}{2}$ - одна
2 вторая

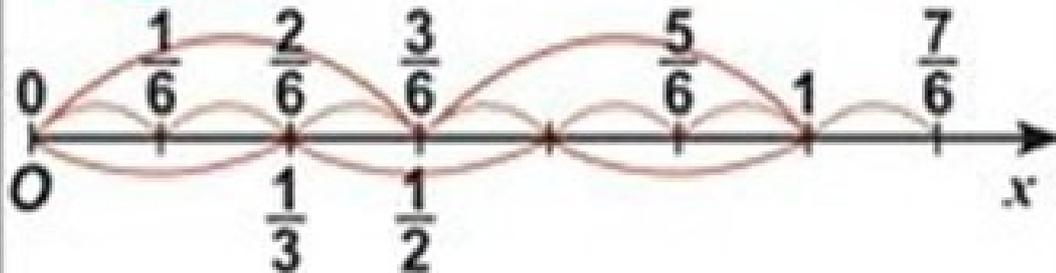
$\frac{1}{3}$ - одна
3 третья

$\frac{1}{4}$ - одна
4 четвертая



$\frac{5}{6}$ ← числитель

6 ← знаменатель



$$\frac{2}{6} = \frac{1}{3}, \quad \frac{3}{6} = \frac{1}{2}, \quad \frac{5}{6} > \frac{1}{6}$$

Правильные дроби (числитель меньше знаменателя)
Любая правильная дробь меньше единицы.

$$\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{5}{6} \quad \frac{1}{3} < 1, \quad \frac{1}{2} < 1, \quad \frac{5}{6} < 1$$

Неправильные дроби
(числитель больше или равен знаменателю)

$$\frac{6}{6}, \frac{7}{6}, \frac{6}{6} = 1, \quad \frac{7}{6} > 1$$

Конспект № 14

Действия с обыкновенными дробями

1. Сложение дробей с одинаковыми знаменателями.

При сложении дробей с одинаковыми знаменателями, числители складывают, а знаменатель оставляют прежним.

Если получается неправильная дробь, выделяют целую часть.

$$\frac{3}{8} + \frac{4}{8} = \frac{7}{8} \text{ (семь восьмых);} \quad \frac{2}{5} + \frac{4}{5} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5} \text{ (одна целая одна пятая)}$$

2. Вычитание дробей с одинаковыми знаменателями.

При вычитании дробей с одинаковыми знаменателями, из числителя уменьшаемого вычитают числитель вычитаемого, а знаменатель оставляют прежним.

$$\frac{7}{9} - \frac{5}{9} = \frac{2}{9} \text{ (две девятых)}$$

3. Сложение смешанных чисел.

При сложении смешанных чисел отдельно складывают целые части, отдельно – дробные.

Если при сложении дробных частей получается неправильная дробь, выделяют из нее целую часть и прибавляют к целой части.

$$3\frac{2}{5} + 1\frac{1}{5} = (3 + 1) + (\frac{2}{5} + \frac{1}{5}) = 4 + \frac{3}{5} = 4\frac{3}{5} \text{ (четыре целых три пятых)}$$

$$3\frac{7}{9} + 2\frac{4}{9} = (3 + 2) + (\frac{7}{9} + \frac{4}{9}) = 5 + \frac{11}{9} = 5 + 1\frac{2}{9} = 6\frac{2}{9} \text{ (шесть целых две девятых)}$$

4. Вычитание смешанных чисел.

При вычитании смешанных чисел отдельно находят разность целых и дробных частей.

Если дробная часть уменьшаемого меньше дробной части вычитаемого, берут 1 из целой части, представляют ее в виде дроби с тем же знаменателем и прибавляют к дробной части уменьшаемого.

$$2\frac{3}{5} - 1\frac{2}{5} = (2 - 1) + (\frac{3}{5} - \frac{2}{5}) = 1 + \frac{1}{5} = 1\frac{1}{5} \text{ (одна целая одна пятая)}$$

$$6\frac{3}{7} - 2\frac{5}{7} = 5\frac{10}{7} - 2\frac{5}{7} = (5 - 2) + (\frac{10}{7} - \frac{5}{7}) = 3 + \frac{5}{7} = 3\frac{5}{7} \text{ (три целых пять седьмых)}$$

$$4 - \frac{5}{8} = 3\frac{8}{8} - \frac{5}{8} = 3 + (\frac{8}{8} - \frac{5}{8}) = 3 + \frac{3}{8} = 3\frac{3}{8} \text{ (три целых три восьмых)}$$

ОБЫКНОВЕННЫЕ ДРОБИ

<p>числитель</p> $\frac{2}{3}$ <p>знаменатель</p>	<p>Правильная дробь: числитель меньше знаменателя</p> $\frac{2}{3}$ <p>(дробь меньше 1)</p>	<p>Неправильная дробь: числитель больше знаменателя или равен ему</p> $\frac{4}{3}; \frac{3}{3}$ <p>(дробь больше или равна 1)</p>	<p>Смешанная дробь</p> <p>целая часть $\rightarrow 1$ $\frac{1}{3}$ \leftarrow дробная часть</p>
---	--	---	--

ОСНОВНОЕ СВОЙСТВО ДРОБИ

Если числитель и знаменатель дроби умножить на одно и то же натуральное число, то получится дробь, равная данной

$$\frac{2}{3} = \frac{6}{9} = \frac{30}{45} = \frac{210}{315} = \dots \quad \text{можно продолжать бесконечно!}$$

·3 ·5 ·7

СОКРАЩЕНИЕ ДРОБИ

$$\frac{108}{150} = \frac{54}{75} = \frac{18}{25}$$

:2 :3

нет общих простых множителей у числителя и знаменателя – несократимая дробь

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ СМЕШАННОЙ ДРОБИ В ВИДЕ НЕПРАВИЛЬНОЙ ДРОБИ

$$7\frac{1}{8} = \frac{7 \cdot 8 + 1}{8} = \frac{57}{8}$$

Умножить целую часть на знаменатель и прибавить числитель;
результат записать в числитель, знаменатель оставить прежним

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ НЕПРАВИЛЬНОЙ ДРОБИ В ВИДЕ СМЕШАННОЙ ДРОБИ

$$\frac{13}{5} = \frac{5 \cdot 2 + 3}{5} = 2\frac{3}{5}$$

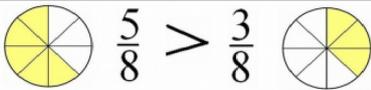
Разделить числитель на знаменатель с остатком; целая часть смешанной дроби равна неполному частному, числитель дробной части – остатку от деления, знаменатель – прежний

Конспект № 15

Сравнение дробей

Сравнение дробей

Из двух дробей с одинаковыми знаменателями больше та, у которой числитель больше

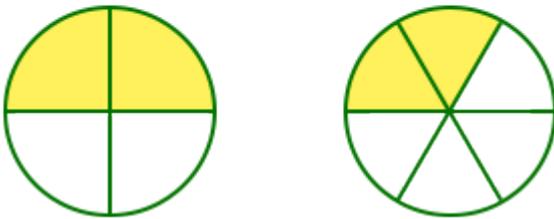
 $\frac{5}{8} > \frac{3}{8}$

Из двух дробей с одинаковыми числителями больше та, у которой знаменатель меньше

 $\frac{2}{4} > \frac{2}{8}$



$\frac{2}{4} > \frac{2}{6}$



Конспект № 16

Десятичные дроби

Особая запись дробей со знаменателями 10, 100, 1000 и т. д., в которой целая часть отделяется от дробной запятой, а знаменатель не пишется.

$$6\frac{3}{10} = 6 + 0,3 = 6,3 \text{ (шесть целых три десятых)}; \quad 7\frac{21}{1000} = 7\frac{021}{1000} = 7,021 \text{ (семь целых двадцать одна тысячная)}$$

Разложение числа по разрядам. $0,456 = 0,4 + 0,05 + 0,006$

десяты́е сотые тысячные

Действия с десятичными дробями.

Сложение и вычитание десятичных дробей.

1. Уравнять количество знаков после запятой (после запятой одинаковое количество чисел).
2. Записать запятую под запятой.
3. Выполнить сложение или вычитание, не обращая внимания (не смотря) на запятые.
4. Поставить в ответе запятую под запятыми.

$$\begin{array}{r} 2,36 \\ + \\ \hline 3,26 \\ \hline 5,56 \end{array} \quad \begin{array}{r} 7,90 \\ - \\ \hline 3,46 \\ \hline 4,44 \end{array}$$

5,56 – пять целых пятьдесят шесть сотых; 4,44 – четыре целых сорок четыре сотых

Умножение десятичных дробей.

1. Выполнить умножение, не обращая внимания на запятые (**последняя цифра под последней цифрой**).
2. **Отделить запятой справа** столько цифр, сколько их стоит после запятой **в обоих множителях вместе**.

Умножение десятичных дробей

Правило умножения десятичных дробей

- ① Перемножить десятичные дроби как натуральные числа, не обращая внимания на запятые.
- ② В найденном произведении отделить запятой справа столько цифр, сколько их после запятой в обоих множителях вместе.

$$\begin{array}{r} \times 42 \\ 5,6 \\ + 252 \\ \hline 210 \\ 235,2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 4,2 \\ 5,6 \\ + 252 \\ \hline 210 \\ 23,52 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0,00016 \\ 49 \\ \hline 144 \\ 64 \\ \hline 0,00784 \\ \text{5 цифр} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 0,254 \\ 0,03 \\ \hline 0,00762 \end{array} \quad \boxed{3 + 2}$$

$$\begin{array}{r} 18 \\ \times 0,0006 \\ \hline 0,0108 \end{array} \quad \boxed{4}$$

Деление десятичных дробей на натуральное число.

- I. Если целая часть делимого больше делителя или равна ему, то нужно делить, не обращая внимания на запятую, а в частном ставить запятую тогда, когда заканчивается деление целой части.
- II. Если целая часть делимого меньше делителя, то сначала в частном пишется 0 и ставится запятая, а затем продолжают деление, не обращая внимания на запятую в делимом.

$$\begin{array}{r} 23,04 \underline{)4} \\ - 20 \quad 5,76 \\ - 30 \\ - 28 \\ - 24 \\ - 24 \\ \hline 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1,44 \underline{)6} \\ - 12 \quad 0,24 \\ - 24 \\ - 24 \\ \hline 0 \end{array}$$

5,76 – пять целых семьдесят шесть сотых; 0,24 – ноль целых двадцать четыре сотых

Деление десятичных дробей на десятичную дробь.

1. В делимом и в делителе перенести запятую **вправо** на столько цифр, сколько их после запятой **в делителе**.
2. Выполнить деление дроби на натуральное число.

$$1,44 : 0,0012 = 14400 : 12 = 1200 \quad (\text{одна тысяча двести})$$

$$1,25 : 0,5 = 12,5 : 5 = 2,5 \quad (\text{две целых пять десятых})$$

Умножение и деление десятичных дробей
на 10, 100, 1000 и т.д.; на 0,1; 0,01; 0,001 и т.д.

1. При умножении на 10, 100, 1000 и т.д. или делении на 0,1; 0,01, 0,001 и т. д., запятую передвигают **вправо** на 1, 2, 3 и т. д. цифры.

$$3,258 \cdot 100 = 325,8 \quad (\text{триста двадцать пять целых восемь десятых})$$
$$5,67 : 0,1 = 56,7 \quad (\text{пятьдесят шесть целых семь десятых})$$

2. При делении на 10, 100, 1000 и т. д. или умножении на 0,1; 0,01, 0,001 и т. д., запятую передвигают **влево** на 1, 2, 3 и т. д. цифры.

$$32,58 : 10 = 3,258 \quad (\text{три целых двести пятьдесят восемь тысячных})$$
$$56,7 \cdot 0,01 = 0,567 \quad (\text{ноль целых пятьсот шестьдесят семь тысячных})$$

Умножение на 10, 100, 1000 ...

на 1, 2, 3... →

16,375

Пример: $16,375 \cdot 10 = 163,75$
 $16,375 \cdot 100 = 1637,5$
 $16,375 \cdot 1000 = 16375$

← на 1, 2, 3...

16,375

✓ **Деление на 10, 100, 1000 ...**

Пример: $16,375 : 10 = 1,6375$
 $16,375 : 100 = 0,16375$
 $16,375 : 1000 = 0,016375$

ДЕСЯТИЧНЫЕ ДРОБИ

1. Понятие десятичной дроби

$$\frac{3}{10} = 0,3; \quad \frac{7}{100} = 0,07;$$
$$5\frac{31}{1000} = 5,031.$$

Десятичная дробь - это другая форма записи обыкновенных и смешанных дробей со знаменателями: 10, 100, 1000... (т.е. единицы с нулями).

После запятой, отделяющей целую и дробную части десятичной дроби, должно быть столько цифр, сколько нулей содержит знаменатель этой дроби.

Пример: $\frac{137}{10000} = 0,0137$; $7\frac{5}{1000} = 7,005$.

Примечание.

1. Недостающие цифры в разрядах после запятой заполняются нулями перед числителем, если в нем меньше цифр, чем нулей в знаменателе.
2. Значение каждой цифры зависит от разряда (позиции), в котором она записана.
3. В десятичной дроби после запятой может быть сколько угодно разрядов: десятые, сотые, тысячные, десятитысячные, стотысячные и т.д.

$$7,23 = 7,230 = 7,2300;$$
$$15,00700 = 15,007.$$

Если к десятичной дроби справа приписать нули (или отбросить имеющиеся), то получится равная ей десятичная дробь.

2. Сравнение десятичных дробей

Десятичные дроби, как и натуральные числа, сравнивают поразрядно, начиная со старшего разряда.

1. С разными целыми частями:

$$5,48 < 7,3;$$

$$10,02 > 9,99.$$

Меньше та дробь, у которой целая часть меньше, и больше та дробь, у которой целая часть больше.

2. С одинаковыми целыми частями:

$$\underline{\underline{8,59}} < \underline{\underline{8,60}};$$

$$\underline{\underline{3,147}} > \underline{\underline{3,140}}.$$

1. Уравнять количество знаков после запятой, приписав нули справа.
2. Сравнить дробные части поразрядно: цифры десятых, а если они равны, то цифры сотых и т.д.

Конспект № 17
Среднее арифметическое

Среднее арифметическое = (Сумма чисел) : (количество слагаемых)

$$\frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{n}$$

Пример 1: Найдите среднее арифметическое чисел 0,1; 0,2 и 0,3.

Решение:

0,1; 0,2 и 0,3 - три слагаемых, значит $n = 3$
 $(0,1 + 0,2 + 0,3) : 3 = 0,2$

Ответ: среднее арифметическое 0,2 (ноль целых две десятых).

Сумма чисел = (Среднее арифметическое) · (количество чисел)

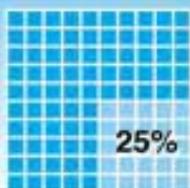
Пример 2: Среднее арифметическое двух чисел равно 3,1. Одно число равно 3,8. Найдите второе число.

Решение:

- 1) Найдем сумму чисел
 $3,1 \cdot 2 = 6,2$
- 2) Найдем второе число
Мы знаем, что одно число 3,8; сумма чисел 6,2
тогда $6,2 - 3,8 = 2,4$

Ответ: второе число 2,4.

ЗАДАЧИ НА ПРОЦЕНТЫ



Процент – это одна сотая часть величины
Обозначают: %

Чтобы найти 1% от величины,
нужно разделить ее на 100

1% от 500 кг равен 5 кг

Задача 1. Найти 15% от 800 кг.

1) $800 : 100 = 8$ (кг)
это 1% от 800 кг

или

1) 15% – это 0,15

2) $8 \cdot 15 = 120$ (кг)
это 15% от 800 кг

2) $800 \cdot 0,15 = 120$ (кг)
это 15% от 800 кг

Ответ: 120 кг

Задача 2. Найти число, если 3% от этого числа равны 60.

1) $60 : 3 = 20$
это 1%
неизвестного числа

или

1) 3% – это 0,03

2) $20 \cdot 100 = 2000$
это 100%

2) $60 : 0,03 = 2000$

Ответ: 2000

Задача 3. Сколько процентов составляет 200 м от 500 м?

1) $500 : 100 = 5$ (м)
это 1% от 500 м

или

$\frac{200}{500} = \frac{40}{100}$ – это 40%

2) $200 : 5 = 40\%$

Ответ: 40%

Задача 4: В мешке 30 шариков, 6 из них – синие. Каков процент синих шариков?

Решение:

Синие шарики : все шарики $\cdot 100\% = 6 : 30 \cdot 100 = 20$ (%)

Ответ: 20 % шариков – синие.

Задача 5: Машина с прицепом может перевезти 12 тонн груза. Машина вмещает 60 % груза. Сколько груза вмещает прицеп?

Решение:

12 тонн = 12 000 кг

12 000 кг = 100 %

$12\ 000 : 100 \cdot 60 = 7200$ (кг) – груза вмещает машина

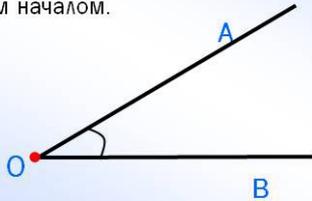
$12\ 000 - 7200 = 4800$ (кг) – груза вмещает прицеп

Ответ: 4800 кг.

Конспект № 19

Угол

Угол – это геометрическая фигура, образованная двумя разными лучами с общим началом.



Обозначение углов

Точка O – вершина угла.
Лучи AO и OB – стороны угла.

Что такое угол?



Виды углов:



Транспортир – прибор для измерения углов.



Острый угол – угол меньше 90° .

Прямой угол – угол равен 90° .

Тупой угол – угол больше 90° .

Развернутый угол – угол равен 180° .

Конспект № 20 Круговые диаграммы



Конспект № 21

ДЕЛИМОСТЬ ЧИСЕЛ

Делителем натурального числа *a* называется натуральное число, **на которое** число *a* делится без остатка.

Пример: Делители числа 12: 1, 2, 3, 4, 6, 12.

$$\begin{array}{lll} 12 : 1 = 12 & 12 : 3 = 4 & 12 : 6 = 2 \\ 12 : 2 = 6 & 12 : 4 = 3 & 12 : 12 = 1 \end{array}$$

Кратным натурального числа *a* называется натуральное число, **которое** делится без остатка на *a*.

Пример: Числа кратные числу 8: 8, 16, 24, 32, 40, 48 и другие...

$$\begin{array}{lll} 8 \cdot 1 = 8 & 8 \cdot 3 = 24 & 8 \cdot 5 = 40 \\ 8 \cdot 2 = 16 & 8 \cdot 4 = 32 & 8 \cdot 6 = 48 \end{array}$$

Признаки делимости.

Число делится на	2	5	10
Если оно оканчивается на	0, 2, 4, 6, 8	0 или 5	0
	60 : 2 = 30 64 : 2 = 32 66 : 2 = 33 68 : 2 = 34	60 : 5 = 12 65 : 5 = 13	60 : 10 = 6

Число делится на	3	9
Если сумма цифр числа делится на	3	9
246 : 3 = ? 246 = 2 + 4 + 6 = 12 <u>сумма чисел</u> 12 : 3 = 4, значит 246 : 3 = 82		
567 : 9 = ? 567 = 5 + 6 + 7 = 18 <u>сумма чисел</u> 18 : 9 = 2, значит 567 : 9 = 63		

Простыми числами называются числа, имеющие **два делителя** (1 и само число).

Составными числами называются числа, имеющие **более двух делителей**.

Разложить число на простые множители - значит представить это число в виде произведения простых чисел.

$$\begin{array}{lll} 756 & 2 & 756 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7; & 675 & 3 & 675 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5; \\ 378 & |2 & & 225 & 3 & \\ 189 & 3 & & 75 & 3 & \\ 63 & 3 & & 25 & 5 & \\ 21 & 3 & & 5 & 5 & \\ 7 & 7 & & 1 & & \\ 1 & & & & & \end{array}$$

Примечание: делитель меняется на следующий, когда число перестает делиться на предыдущий.

Наибольший общий делитель натуральных чисел – это **наибольшее** натуральное число, **на которое все данные числа**

делятся без остатка.

$$Д(36) = \underline{1}, \underline{2}, \underline{3}, \underline{4}, \underline{6}, \underline{9}, \underline{12}, 18, 36; \quad Д(48) = \underline{1}, \underline{2}, \underline{3}, \underline{4}, \underline{6}, \underline{8}, \underline{12}, 16, 24, 48;$$

$$\text{НОД}(36;48) = 12$$

Взаимно простыми числами называются натуральные числа,
НОД которых **равен 1**.

Наименьшее общее кратное натуральных чисел – это
наименьшее натуральное число, **которое делится** без остатка
на все данные числа.

$$К(12) = 12, 24, \underline{36}, 48, 60, \underline{72}, 84, 96, \dots$$

$$К(9) = 9, 18, 27, \underline{36}, 45, 54, 63, \underline{72}, 81, 90, \dots$$

$$\text{НОК}(12;9) = 36$$

Чтобы найти НОД и НОК натуральных чисел, надо:

НОД	НОК
1. Разложить данные числа на простые множители.	
2. Подчеркнуть одинаковые множители в данных разложениях.	
3. Найти произведение подчеркнутых множителей в одном из разложений.	3. Одно из чисел умножить на оставшиеся множители других разложений.

$$\begin{array}{cc}
 54 \underline{2} & 36 \underline{2} \\
 27 \underline{3} & 18 \underline{2} \\
 9 \underline{3} & 9 \underline{3} \\
 3 \underline{3} & 3 \underline{3} \\
 1 & 1
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 \text{НОД}(54;36) = 2 \cdot 3 \cdot 3 = 18; \quad \underline{\hspace{2cm}} \\
 \text{НОК}(54;36) = 54 \cdot 2 = 108 \\
 \quad \quad \quad = 36 \cdot 3 = 108.
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc}
 84 \underline{2} & 28 \underline{2} & 36 \underline{2} \\
 42 \underline{2} & 14 \underline{2} & 18 \underline{2} \\
 21 \underline{3} & 7 \underline{7} & 9 \underline{3} \\
 7 \underline{7} & 1 & 3 \underline{3} \\
 1 & & 1
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{l}
 \text{НОД}(84;28;36) = 2 \cdot 2 = 4; \\
 \text{НОК}(84;28;36) = 84 \cdot 3 = 252 \\
 \quad \quad \quad = 28 \cdot 3 \cdot 3 = 252 \\
 \quad \quad \quad = 36 \cdot 7 = 252.
 \end{array}$$

Если число **a** делится без остатка на **b**, то **НОД(a;b) = b**, а **НОК(a;b) = a**.

Если числа **a** и **b** - взаимно простые, то **НОК(a;b) = a · b**.

Конспект № 22
Основное свойство дроби

Основное свойство дроби

Если числитель и знаменатель дроби умножить или разделить на одно и то же натуральное число, то получится равная ей дробь.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot n}{b \cdot n}, \quad n - \text{натуральное число.}$$

$$\frac{5}{7} = \frac{5 \cdot 3}{7 \cdot 3} = \frac{15}{21}; \quad \frac{5}{7} = \frac{15}{21}$$

Основное свойство дроби.
Приведение дробей к общему знаменателю

Основное свойство дроби

Формулировка свойства

Если и числитель, и знаменатель дроби умножить или разделить на одно и то же натуральное число, то получится дробь, равная данной.

$$\frac{m}{n} = \frac{m \cdot a}{n \cdot a} = \frac{m : c}{n : c}$$

MyShared

Подробная запись

$$\frac{12}{30} = \frac{12 : 2}{30 : 2} = \frac{6}{15}$$

$$\frac{12}{30} = \frac{12 : 3}{30 : 3} = \frac{4}{10}$$

$$\frac{12}{30} = \frac{12 : 6}{30 : 6} = \frac{2}{5}$$

Краткая запись

$$\frac{12}{30} = \frac{6}{15}$$

$$\frac{12}{30} = \frac{4}{10}$$

$$\frac{12}{30} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12}$$



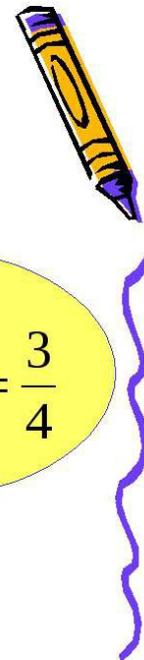
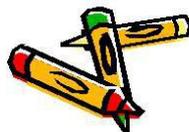
Конспект № 23 Сокращение дробей

Деление числителя и знаменателя дроби на одно и то же число называют **сокращением дроби**.

$$\frac{4}{6} = \frac{4 \div 2}{6 \div 2} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{15}{20} = \frac{15 \div 5}{20 \div 5} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{44}{77} = \frac{44 \div 11}{77 \div 11} = \frac{4}{7}$$



Конспект № 24 Приведение дробей к общему знаменателю (НОЗ)

Правило: Чтобы найти НОЗ надо:

- 1) Найти НОК дробей (как это сделать? посмотри Конспект № 20);
- 2) Разделить НОЗ на знаменатели данных дробей. Так ты найдешь дополнительный множитель для каждой дроби;
- 3) Умножить числитель и знаменатель каждой дроби на дополнительный множитель.

Приведение дробей к общему знаменателю

$\frac{1}{3}$ $\frac{3}{4}$
 ↓ ↓
 $\frac{4}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{4}{12}$ $\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4} = \frac{9}{12}$

1. $60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$ $168 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7$

НОК(60; 168) = $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 7 = 840$

2. $\frac{11^{14}}{60} = \frac{154}{840}$ $\frac{31^5}{168} = \frac{155}{840}$

Приведём к наименьшему общему знаменателю дроби

$\frac{3}{4}$ и $\frac{5}{6}$

Найдём НОК(4;6) - ?

$\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{3} = \frac{9}{12}$ $\frac{5}{6} \cdot \frac{2}{2} = \frac{10}{12}$

Найдём НОК(4;6) = $2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$

дополнительные множители (15:3=5, 15:5=3)

$\frac{2}{3} + \frac{3}{5} = \frac{2 \cdot 5}{15} + \frac{3 \cdot 3}{15} = \frac{10}{15} + \frac{9}{15} = \frac{10+9}{15} = \frac{19}{15} = 1 \frac{4}{15}$

НОК

Конспект № 25

Сравнение, сложение и вычитание дробей с разными знаменателями

Дополнение к Конспекту № 15

СРАВНЕНИЕ, СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ ДРОБЕЙ С РАЗНЫМИ ЗНАМЕНАТЕЛЯМИ	
<p>ЧТОБЫ СРАВНИТЬ (СЛОЖИТЬ, ВЫЧЕСТЬ) ДРОБИ С РАЗНЫМИ ЗНАМЕНАТЕЛЯМИ НАДО:</p> <p>1) привести эти дроби к наименьшему общему знаменателю;</p> <p>2) сравнить (сложить, вычесть) полученные дроби</p>	<p>СРАВНИМ (СЛОЖИМ, ВЫЧЕСТМ)</p> <p>$\frac{2}{3}$ и $\frac{3}{5}$</p> <p>1) НОК(3; 5) = 15,</p> <p>$\frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 5} = \frac{10}{15}$; $\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{9}{15}$</p> <p>$\frac{10}{15} > \frac{9}{15}$, поэтому $\frac{2}{3} > \frac{3}{5}$</p> <p>2)</p> <p>$\frac{2}{3} + \frac{3}{5} = \frac{10}{15} + \frac{9}{15} = \frac{10+9}{15} = \frac{19}{15} = 1 \frac{4}{15}$</p> <p>3) $\frac{2}{3} - \frac{3}{5} = \frac{10}{15} - \frac{9}{15} = \frac{10-9}{15} = \frac{1}{15}$</p>

СЛОЖЕНИЕ ДРОБЕЙ

Общий алгоритм.

$$\frac{1}{6} + \frac{3}{14} = \frac{\boxed{\frac{7}{42} + \frac{9}{42}}}{} = \frac{7+9}{42} = \frac{16}{42} = \frac{8}{21}$$

$$6 = 2 \cdot \textcircled{3}; 14 = \textcircled{2} \cdot 7$$

$$\text{НОК}(6;7) = 14 \cdot 3 = 42.$$

Чтобы сложить две дроби с разными знаменателями, надо привести их к ОЗ (см.стр.20) и полученные дроби сложить.

Примечание. 1. Если в результате получается сократимая дробь, ее сокращают; в неправильной дроби выделяют целую часть.
2. Промежуточную запись (в рамке) можно опустить.

1. Сложение дробей с кратными знаменателями

$$\frac{\overset{2}{5}}{48} + \frac{\overset{1}{11}}{96} + \frac{\overset{3}{1}}{32} = \frac{\boxed{\frac{10}{96} + \frac{11}{96} + \frac{3}{96}}}{} = \frac{10+11+3}{96} = \frac{24}{96} = \frac{1}{4}$$

Знаменатель **96** кратен (делится нацело) знаменателям остальных дробей. Разделив (ОЗ) **96** на знаменатель *каждой дроби*, получим для них *дополнительные множители* (2, 1, 3). Затем умножим дроби на их *дополнительные множители* и выполним сложение дробей.

2. Знаменатели - взаимно простые числа

$$\frac{\overset{5}{3}}{7} + \frac{\overset{7}{2}}{5} = \frac{15+14}{35} = \frac{29}{35}$$

$$\text{НОК}(7;5) = 7 \cdot 5 = 35.$$

ОЗ дробей равен *произведению* знаменателей данных дробей, так как взаимно простые числа не имеют общих простых делителей и $\text{НОК}(m;n) = m \cdot n$.

3. Сложение смешанных дробей

$$4\frac{1}{2} + 3\frac{2}{3} = 7 + \left(\overset{3}{\frac{1}{2}} + \overset{2}{\frac{2}{3}} \right) = 7 + \frac{3+4}{6} = 7 + \frac{7}{6} = 7 + 1\frac{1}{6} = 8\frac{1}{6}$$

Чтобы *сложить* смешанные дроби, надо отдельно сложить *целые*, затем *дробные части* и полученные результаты *сложить*.

Примечание. Законы сложения для натуральных чисел справедливы и для обыкновенных дробей.

Конспект № 26

Сложение и вычитание смешанных чисел

Дополнение к конспекту № 14

Алгоритм сложения смешанных чисел с разными знаменателями

1. Привести дробные части чисел к наименьшему общему знаменателю.
2. Отдельно выполнить сложение целых частей и отдельно дробных частей.
3. Если при сложении дробных частей получилась неправильная дробь, выделить целую часть из этой дроби и прибавить ее к полученной целой части.
4. Если необходимо, сократить дробную часть.

$$3\frac{2}{3} + 4\frac{3}{5} = 3\frac{10}{15} + 4\frac{9}{15} = 7\frac{19}{15} = 8\frac{4}{15}$$

MyShared

Алгоритм вычитания смешанных чисел с разными знаменателями

1. Привести дробные части чисел к наименьшему общему знаменателю.
2. Если дробная часть уменьшаемого меньше дробной части вычитаемого, превратить её в неправильную дробь, уменьшив на единицу целую часть.
3. Отдельно выполнить вычитание целых частей и отдельно дробных частей.
4. Если необходимо, сократить дробную часть.

$$7\frac{2}{3} - 4\frac{3}{4} = 7\frac{8}{12} - 4\frac{9}{12} = 6\frac{12+8}{12} - 4\frac{9}{12} = 2\frac{11}{12}$$

MyShared

Конспект № 27

Умножение и деление обыкновенных дробей

УМНОЖЕНИЕ ОБЫКНОВЕННОЙ ДРОБИ

► НА НАТУРАЛЬНОЕ ЧИСЛО

$$\frac{4}{5} \cdot 7 = \frac{4 \cdot 7}{5} = \frac{28}{5} = 5\frac{3}{5}$$

► НА ДРОБЬ

$$\frac{4}{7} \cdot \frac{3}{11} = \frac{4 \cdot 3}{7 \cdot 11} = \frac{12}{77} \quad \frac{5}{14} \cdot \frac{7}{15} = \frac{5 \cdot 7}{14 \cdot 15} = \frac{1 \cdot 1}{2 \cdot 3} = \frac{1}{6}$$

► СМЕШАННЫХ ЧИСЕЛ

$$1\frac{4}{9} \cdot 3\frac{3}{5} = \frac{13}{9} \cdot \frac{18}{5} = \frac{13 \cdot 18}{9 \cdot 5} = \frac{13 \cdot 2}{1 \cdot 5} = \frac{26}{5} = 5\frac{1}{5}$$

► СМЕШАННОГО ЧИСЛА НА НАТУРАЛЬНОЕ ЧИСЛО

$$3\frac{2}{3} \cdot 6 = (3 + \frac{2}{9}) \cdot 6 = 3 \cdot 6 + \frac{2 \cdot 6}{9} = 18 + \frac{2 \cdot 2}{3} = 18 + \frac{4}{3} = 18 + 1\frac{1}{3} = 19\frac{1}{3}$$

► НАХОЖДЕНИЕ ДРОБИ ОТ ЧИСЛА – УМНОЖЕНИЕ ЧИСЛА НА ЭТУ ДРОБЬ

Задача. В классе 30 учеников. Девочки составляют $\frac{3}{5}$ состава класса. Сколько девочек в классе?
Решение: $30 \cdot \frac{3}{5} = \frac{30 \cdot 3}{5} = \frac{6 \cdot 3}{1} = 18$ (девочек).
Ответ: 18 девочек.

Деление обыкновенных дробей

обратная
“перевернутая” дробь

$$\left(\frac{4}{7}\right) : \left(\frac{2}{5}\right) = \frac{4}{7} \cdot \left(\frac{5}{2}\right) = \frac{4 \cdot 5}{7 \cdot 2} = \frac{10}{7} = 1\frac{3}{7}$$

делимое

делитель
“переворачиваем”

Конспект № 28

Нахождение дроби от числа

Правило нахождения дроби от числа.

Чтобы найти дробь от числа, нужно данное число умножить на эту дробь.

$$\frac{a}{b} \text{ от } n \text{ это } n \cdot \frac{a}{b} = \frac{n \cdot a}{b}$$

Пример.

Найти $\frac{3}{4}$ от 16

$$16 \cdot \frac{3}{4} = \frac{16 \cdot 3}{4} = \frac{4 \cdot 3}{1} = \frac{12}{1} = 12$$

Конспект № 29

Применение распределительного свойства умножения

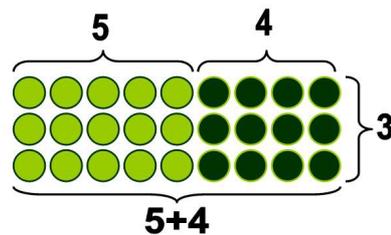
Буквенный вид записи распределительного свойства умножения

$$(a + b) \cdot c = ac + bc;$$

$$(a - b) \cdot c = ac - bc$$

- Применяя эти равенства справа на лево, видим, что одинаковый множитель c , содержащийся в обоих компонентах суммы или разности, оказывается за скобками.

Распределительное свойство умножения относительно сложения



$$(5 + 4) \cdot 3 = 9 \cdot 3 = 27$$

$$5 \cdot 3 + 4 \cdot 3 = 15 + 12 = 27$$

Рассмотрим пример:

$$\left(\frac{5}{8} + \frac{3}{4} \right) \cdot 16 =$$

$$\frac{5}{8} \cdot 16 + \frac{3}{4} \cdot 16 =$$

$$10 + 12 = 22$$

Пример:

$$\left(\frac{4}{5} - \frac{1}{3} \right) \cdot 15 =$$

$$\frac{4}{5} \cdot 15 - \frac{1}{3} \cdot 15 =$$

$$12 - 5 = 7$$

Умножение смешанного числа на натуральное число:

Решение примера

$$\begin{aligned} & \left(\frac{3}{7} + \frac{2}{3} + \frac{8}{21} \right) \cdot 21 = \\ & = \frac{3}{7} \cdot 21 + \frac{2}{3} \cdot 21 + \frac{8}{21} \cdot 21 = \\ & = 9 + 14 + 8 = 31 \end{aligned}$$

Пример:

$$\begin{aligned} & 5 \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} + 1 \frac{5}{8} \cdot \frac{2}{7} = \\ & \left(5 \frac{3}{8} + 1 \frac{5}{8} \right) \cdot \frac{2}{7} = \\ & 7 \cdot \frac{2}{7} = 2 \end{aligned}$$

Конспект № 30 Взаимно обратные числа

Запомните:

два числа, произведение которых равно единице, называются взаимно обратными числами.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = \frac{ab}{ba} = 1,$$

при $a \neq 0, b \neq 0$

КАК МОЖНО НАЗВАТЬ ДРОБИ?

$$\frac{8}{17} \text{ и } \frac{17}{8}$$

ОБРАТНЫЕ ДРУГ К ДРУГУ

Конспект № 31 Деление

Деление дробей и смешанных чисел

Чтобы поделить натуральное число на дробь, следует число умножить на дробь обратную заданной.

$$4 \div \frac{3}{4} = 4 \cdot \frac{4}{3} = \frac{4 \cdot 4}{3} = \frac{16}{3} = 5\frac{1}{3}$$

Чтобы поделить дробь на натуральное число, следует знаменатель дроби умножить на число.

$$\frac{4}{7} \div 3 = \frac{4}{7} \div \frac{3}{1} = \frac{4}{7} \cdot \frac{1}{3} = \frac{4}{21} \quad \text{или}$$

$$\frac{4}{7} \div 3 = \frac{4}{7 \cdot 3} = \frac{4}{21}$$

Умножение и деление дробей

Деление смешанных дробей

Пример 1

$$3\frac{1}{2} : 2\frac{1}{5} = \frac{7}{2} : \frac{11}{5} = \frac{7}{2} \cdot \frac{5}{11} = \frac{35}{22} = 1\frac{13}{22}$$

Пример 2

$$\begin{aligned} 3\frac{5}{12} : 3 &= \left(3 + \frac{5}{12}\right) \cdot \frac{1}{3} = \\ &= 3 \cdot \frac{1}{3} + \frac{5}{12} \cdot \frac{1}{3} = 1 + \frac{5}{36} = 1\frac{5}{36} \end{aligned}$$

Конспект № 32

Нахождение числа по его дроби

Повторяем математику...

Нахождение числа по его дроби

Чтобы найти число по данному значению его дроби, надо это значение разделить на дробь.

Например, 1) найти число, если $\frac{2}{5}$ этого числа равны 800.

$$800 : \frac{2}{5} = 800 \cdot \frac{5}{2} = \frac{800 \cdot 5}{1 \cdot 2} = 400 \cdot 5 = 2000$$

2) найти число, если 7% его равны 98.

$$7\% = \frac{7}{100}$$

$$98 : \frac{7}{100} = 98 \cdot \frac{100}{7} = \frac{98 \cdot 100}{7} = \frac{14 \cdot 100}{1} = 1400$$



$1\% = \frac{1}{100} = 0,01$				
Способы решения	Типы Задач	Нахождение % от числа.	Нахождение числа по его %.	Ск. % одно число составляет от другого?
		Найти 17% от 34	Найти число, если 17% его сост. 34	Ск. % составляет 17 от 34
Обыкновенные дроби		$34 : 100 \cdot 17 = 5,78$	$34 : 17 \cdot 100 = 200$	$\frac{17}{34} = \frac{1}{2} = \frac{50}{100} = 50\%$
Десятичные дроби		$17\% = 0,17$ $0,17 \cdot 34 = 5,78$	$34 : 0,17 = 200$	$17 : 34 = 0,5 = 50\%$
Пропорция		$17\% - x$ $100\% - 34$ $\frac{17}{100} = \frac{x}{34}; x = 5,78$	$34 - 17\%$ $x - 100\%$ $\frac{34}{x} = \frac{17}{100}; x = 200$	$34 - 100\%$ $17 - x\%$ $\frac{34}{17} = \frac{100}{x}; x = 50$

Конспект № 33

Дробные выражения

Дробное выражение – это частное двух чисел или выражений, в котором знак деления обозначен чертой.

$\frac{4}{5}$	<p>← ЧИСЛИТЕЛЬ</p> <p>← ЧЕРТА ДРОБИ (ДРОБНАЯ ЧЕРТА)</p> <p>← ЗНАМЕНАТЕЛЬ</p>	<p>Числитель – это выражение, которое стоит над чертой.</p> <p>Знаменатель – это выражение, которое стоит под чертой.</p>
---------------	---	---

<p style="color: red;">Примеры дробных выражений</p> $3\frac{1}{2} = 3\frac{1}{2} : 1\frac{2}{3} = \frac{7}{2} : \frac{5}{3} = \frac{7}{2} \cdot \frac{3}{5} = \frac{21}{10} = 2\frac{1}{10} = 2,1$ $\frac{1,6}{6,4} = \frac{1,6 \cdot 10}{6,4 \cdot 10} = \frac{16}{64} = \frac{1}{4}$	<p>Пример 2. Вычислим значение дроби $\frac{1 + \frac{3}{4}}{\frac{1}{2}}$</p> <p>Способ 1. $\frac{1 + \frac{3}{4}}{\frac{1}{2}} = \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right) : \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right) \cdot 2 = \frac{5}{4} \cdot 2 = \frac{5}{2}$</p> <p>Способ 2. $\frac{1 + \frac{3}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{\left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4}\right) \cdot 4}{\frac{1}{2} \cdot 4} = \frac{2+3}{2} = \frac{5}{2}$</p>
--	---

Конспект № 34 Отношения

I. Частное двух чисел называют отношением этих чисел:

$$a : b = \frac{a}{b}$$

Пример № 1: Найти отношения: а) $9 : 5$; б) $0,21 : 0,3$; в) $51 : 7$.

Решение:

Выполняем деление.

а) $9 : 5 = 1,8$; б) $0,21 : 0,3 = 2,1 : 3 = 0,7$; в) $51 : 7 = 7\frac{2}{7}$.

$$\begin{array}{r} -9 \overline{)5} \\ \underline{-5} \\ 0 \end{array} 1,8$$

$$\begin{array}{r} -2,1 \overline{)3} \\ \underline{-0} \\ 0 \end{array} 0,7$$

$$\begin{array}{r} -51 \overline{)7} \\ \underline{-49} \\ 2 \text{ (ост.)} \end{array}$$

Пример № 2: Найти неизвестные члены отношений: а) $x : 6 = 24$; б) $35 : x = 0,07$.

Решение:

а) $x : 6 = 24$.

Делимое равно x , делитель равен 6 , частное равно 24 . Чтобы найти неизвестное делимое, нужно частное умножить на делитель.

$$x = 24 \cdot 6$$

$$x = 144$$

Ответ: $x = 144$

б) $35 : x = 0,07$.

Делимое равно 35 , делитель равен x , частное равно $0,07$. Чтобы найти неизвестный делитель, нужно делимое разделить на частное.

$$x = 35 : 0,07$$

$$x = 3500 : 7$$

$$x = 500$$

Ответ: $x = 500$

II. Если члены данного отношения переставить местами, то получившееся отношение называют обратным для данного отношения.

Отношения $\frac{a}{b}$ и $\frac{b}{a}$ называют взаимно обратными.

Например, взаимно обратными будут отношения:

а) $4 : 7$ и $7 : 4$; б) $\frac{5}{11}$ и $\frac{11}{5}$.

III. Отношение не изменится, если оба члена отношения умножить или разделить на одно и то же число, отличное от нуля.

В самом деле, отношение означает деление.

$$a : b = \frac{a}{b}$$

Члены отношения — это числитель и знаменатель обыкновенной дроби.

Конспект № 35

Пропорции

Пропорция – это равенство двух отношений: $a : b = c : d$

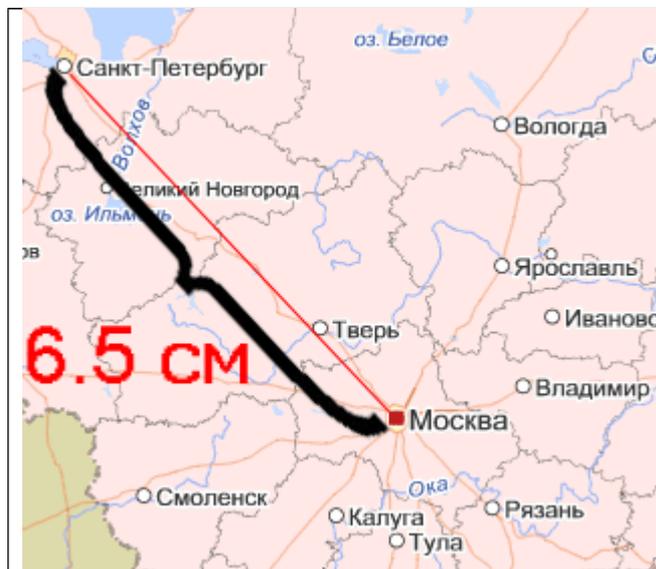
 <p style="text-align: center;">средние члены</p> <p style="text-align: center;">$a : b = c : d$</p> <p style="text-align: center;">крайние члены</p>	<p>Если $\frac{x}{b} = \frac{c}{d}$, то $x \cdot d = b \cdot c$ и $x = \frac{b \cdot c}{d}$</p> <p>Если $\frac{a}{b} = \frac{x}{d}$, то $a \cdot d = b \cdot x$ и $x = \frac{a \cdot d}{b}$</p> <p>Если $\frac{a}{b} = \frac{c}{x}$, то $a \cdot x = b \cdot c$ и $x = \frac{b \cdot c}{a}$</p>
<p style="text-align: center;"><i>В верной пропорции произведение крайних членов равно произведению средних</i></p> <p style="text-align: center;">$a : b = c : d$</p> <p style="text-align: center;">$a \cdot d = c \cdot b$</p>	<p style="text-align: center;"><i>средние</i></p> <p style="text-align: center;">$15 : 5 = 24 : 8$</p> <p style="text-align: center;"><i>крайние</i></p> <p style="text-align: right;">$15 \cdot 8 = 120$</p> <p style="text-align: right;">$5 \cdot 24 = 120$</p>

<p>1)</p> $\frac{15}{3} \cdot \frac{x}{2}$ <p>$3 \cdot x = 15 \cdot 2$</p> <p>$3 \cdot x = 30$</p> <p>$x = \frac{30}{3}$</p> <p>$x = 10$</p>	<p>2) $12 : 7 = 60 : x$.</p> <p>$x = \frac{7 \cdot 60}{12}$;</p> <p>$x = \frac{7 \cdot 5}{1}$;</p> <p>$x = \frac{35}{1}$;</p> <p><u>$x = 35$</u>.</p>	<p>3) $\frac{x}{72} = \frac{5}{9}$.</p> <p>$x = \frac{8 \cdot 72 \cdot 5}{9}$;</p> <p>$x = \frac{8 \cdot 5}{1}$;</p> <p>$x = \frac{40}{1}$;</p> <p><u>$x = 40$</u>.</p>	<p>4) $x : 8 = 6,5 : 5,2$.</p> <p>$x = \frac{8 \cdot 6,5}{5,2}$;</p> <p>$x = \frac{8 \cdot 65}{52}$;</p> <p>$x = \frac{8 \cdot 5}{4}$;</p> <p><u>$x = 10$</u>.</p>
<p>5)</p> $\frac{18}{2} \cdot \frac{27}{3}$ <p>$18 \cdot 3 = 27 \cdot 2$</p> <p>$54 = 54$ (верно)</p>	<p>6) $7 : 15 = x : 45$.</p> <p>$x = \frac{7 \cdot 45}{15}$;</p> <p>$x = \frac{7 \cdot 3}{1}$;</p> <p>$x = \frac{21}{1}$;</p> <p><u>$x = 21$</u>.</p>	<p>7) $19,2 : x = 96 : 2,5$.</p> <p>$x = \frac{2,5 \cdot 19,2}{96}$;</p> <p>$x = \frac{5 \cdot 2 \cdot 192}{10 \cdot 96 \cdot 10}$;</p> <p>$x = \frac{5 \cdot 2}{2 \cdot 1 \cdot 10}$;</p> <p><u>$x = 0,5$</u>.</p>	<p>8) $\frac{8}{14} = \frac{x}{21}$.</p> <p>$x = \frac{8 \cdot 21}{14}$;</p> <p>$x = \frac{4 \cdot 3}{2}$;</p> <p>$x = \frac{4 \cdot 3}{1}$;</p> <p><u>$x = 12$</u>.</p>

Конспект № 36 Масштаб

Масштаб - это отношение длины отрезка на карте к длине соответствующего отрезка на местности (в реальности, в жизни, правда).

Масштаб записывают в виде отношения двух чисел.



Масштаб этой карты **1 : 10 000 000 (см)**.

Это означает, что в **1 сантиметре (1 см)** на карте помещается **10 000 000 сантиметров (100 000 000 см)** реального расстояния.

Или можно сказать, что в **1 сантиметре (1 см)** на карте помещается **100 000 метров (100 м)** реального расстояния.

А также можно сказать, что в **1 сантиметре (1 см)** на карте помещается **100 километров (100 км)** реального расстояния.

Санкт-Петербург и Москва на карте соединены отрезком длиной в 6,5 (см).

Определим, сколько в реальности (км) между Москвой и Санкт-Петербургом.

Для решения этой задачи составим таблицу и запишем в таблице нужные данные. Неизвестную величину, то, что нам не известно, обозначим буквой «х».

	На карте	В реальности
Масштаб	1 (см)	10 000 000 (см)
Расстояние между Москвой и Санкт - Петербургом	6,5 (см)	х (см)

Составим и решим пропорцию:

$$\frac{1}{6,5} = \frac{10\,000\,000}{x}$$

$$x = 6,5 \cdot 10\,000\,000$$

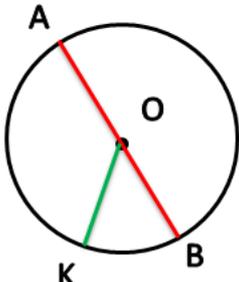
$$x = 65\,000\,000 \text{ (см)} = 650\,000 \text{ (м)} = 650 \text{ (км)}$$

Ответ: 650 км — приблизительное расстояние между Москвой и Санкт-Петербургом.

Конспект № 37

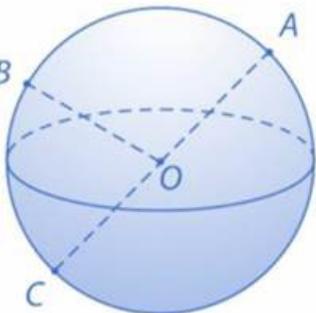
Длина окружности и площадь круга

Дополнение к Конспекту № 11.

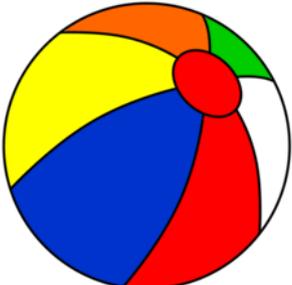
	<p>O – центр окружности OK – радиус окружности (R или r) AB - диаметр окружности (D или d)</p> <p>$C = 2 \cdot \pi \cdot R$ - длина окружности $R = C : (2 \cdot \pi)$ - радиус окружности π – это число «пи» $\pi = 3,14$ (всегда!) $S = \pi \cdot R^2$ - площадь окружности</p>
---	--

Конспект № 38

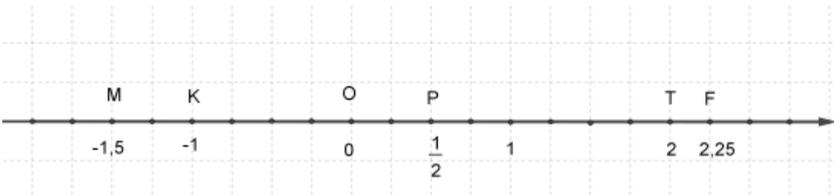
Шар

<p style="text-align: center;">Шар</p>  <p>$OA = OB = r$ $AC = d$ $AC = CO + OA = 2r$</p>	<p>Сфера – это поверхность шара.</p>
---	---

Что в жизни имеет форму шара? Что похоже на шар?

<p style="text-align: center;">Футбольный мяч</p> 	<p style="text-align: center;">Глобус</p> 	<p style="text-align: center;">Арбуз</p> 
---	---	--

Конспект № 39 Координаты на прямой

	<p>Положительные координаты – это числа 1, 2, 3, 4, 5, 6.</p> <p>Отрицательные координаты – это числа -1, -2, -3, -4, -5.</p> <p>Число 0 – это начало отсчета.</p> <p>1 см – это единичный отрезок</p>
<p>Здесь единичный отрезок равен 4 клеткам (2 см).</p> 	<p>Координата точки – это число, показывающее положение точки на прямой.</p> <p>Координаты точек:</p> <p>M(-1,5) K(-1) P(1/2) T(2) F(2,25)</p>

Конспект № 40 Противоположные числа. Модуль числа.

Противоположные числа – это два числа, у которых разные только знаки.

Пример: - 276 противоположное число 276
124 противоположное число – 124
- 7,8 противоположное число 7,8

Модуль числа

Отметим на координатной прямой точку, изображающую число 6. Обозначим ее А.



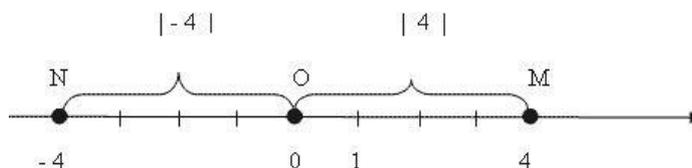
1. Точка А находится на расстоянии 6 единичных отрезков справа от О (0).
2. Есть ли на координатной прямой ещё точки, расстояние от которых до О (0) равно 6 единичным отрезкам?
3. Для такого расстояния придумано специальное название: **модуль числа**.

Модулем числа называют расстояние от точки, изображающей число на координатной прямой до начала отсчета.

Модуль числа a обозначают $|a|$.

$$\begin{array}{ll} |6| = 6, & |-6| = 6 \\ |-3,5| = 3,5; & |3,5| = 3,5 \\ |0| = 0 & \end{array}$$

Модуль никогда не бывает отрицательным.



Пример № 1: а) $|81| = 81$; б) $|1,3| = 1,3$; в) $|-5,2| = 5,2$;

г) $|8/9| = 8/9$; д) $|-5/7| = 5/7$; е) $|-2\ 9/25| = 2\ 9/25$;

Пример № 2: а) $|-8| - |-5| = 8 - 5 = 3$ в) $|240| : |-80| = 240 : 80 = 3$

б) $|-10| \cdot |-15| = 10 \cdot 15 = 150$ г) $|0,1| \cdot |-10| = 0,1 \cdot 10 = 1$

Конспект № 41 Сравнение чисел

Любое отрицательное число меньше любого положительного числа.

$$-8,2 < 6$$

Если два числа отрицательные, то меньше то, модуль которого больше.

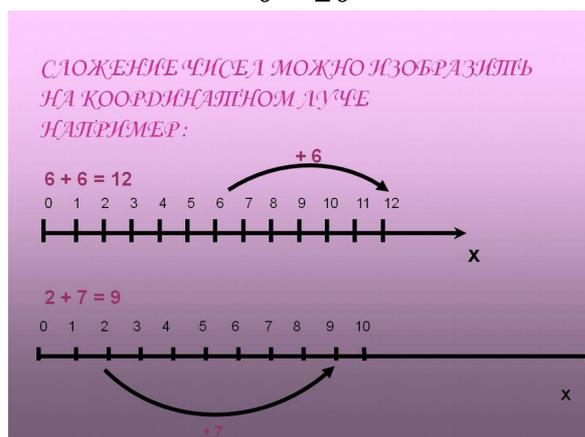
$$-16 < -10$$

Ноль больше любого отрицательного числа.

$$0 > -5 \quad ; \quad -15 > 0$$

Ноль меньше любого положительного числа.

$$0 < 20$$



Конспект № 42

Сложение отрицательных чисел чисел с разными знаками

СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ РАЦИОНАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

1. Сложение рациональных чисел

С одинаковыми знаками	Алгоритм
$+7 + 12 = +(7 + 12) = 19.$ $-7 + (-12) = -(7 + 12) = -19.$	1. Записать общий знак чисел (“+” обычно не пишут перед числом). 2. Найти сумму модулей чисел.
С разными знаками	Алгоритм
$(-5) + 8 = +(8 - 5) = 3.$ $5 + (-8) = -(8 - 5) = -3.$	1. Записать знак числа, модуль которого больше . 2. Найти разность чисел: из большего модуля вычесть меньший.

2. Вычитание рациональных чисел

Примечание. Любое выражение, содержащее лишь знаки “+” и “-” можно рассматривать как алгебраическую сумму.

Примеры: 1) $-15 - 9 = -15 + (-9) = -24$;
2) $8 - 14 - a = 8 + (-14) + (-a) = -6 - a$;
3) $-7 - (-4) = -7 + 4 = -3$ (правило раскрытия скобок).

$$a - b = a + (-b)$$

Чтобы вычесть числа, надо к уменьшаемому прибавить число, противоположное вычитаемому.

Примечание. 1. Правила сложения рациональных чисел применимы и к вычитанию.
2. Для рациональных чисел справедливы законы сложения – переместительный, сочетательный.

С одинаковыми знаками	Алгоритм
$-5 - 9 = -(5 + 9) = -14.$	1. Записать общий знак чисел. 2. Найти сумму модулей чисел.
С разными знаками	Алгоритм
$13 - 8 = +(13 - 8) = 5;$ $14 - 18 = -(18 - 14) = -4.$	1. Записать знак большого модуля чисел. 2. Найти разность чисел: из большего модуля вычесть меньший.

Правило знаков для чисел

$+(+) = +$	$+(-) = -$
$-(-) = +$	$-(+) = -$